

Vorlesung: Bildgebende Verfahren in der Medizin I

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel 2. Prüfer: Axel Loewe, M.Sc.

Klausur

03. März 2015
Beginn: 14:00 Uhr

Familienname:	AUFKLEBER
Vorname:	
Matrikel-Nr.:	

Angaben zur Klausur:

Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden; Hilfsmittel sind nicht erlaubt, außer einem Taschenrechner.

Der Lösungsweg muss vollständig angegeben und nachvollziehbar sein! Dokumentieren Sie Ihre Überlegungen, geben Sie erläuternde Kommentare! Verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibzeug!

Die maximal erreichbaren Punkte pro Aufgabe sind der Tabelle zu entnehmen.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Gesamt
Punkte:	14	5	9	11	11	4	7	4	8	8	4	85
erreicht:												

Note:_____

Röntgen

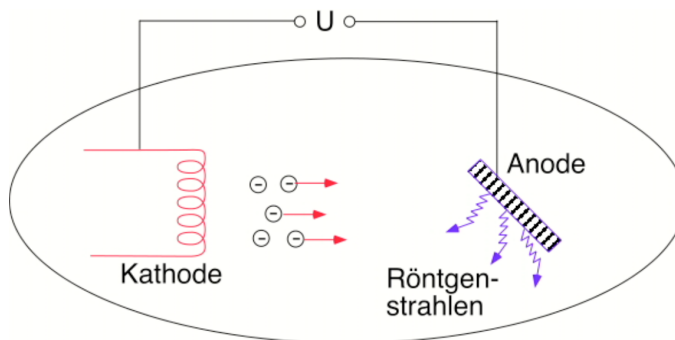
Frage 1

(14 Punkte)

- (a) Wie werden Röntgenstrahlen in einer Röntgenröhre generiert (Skizze + Erklärung)? (6 Punkte)
Erläutern Sie kurz die physikalischen Prozesse/Effekte, die dazu beitragen.
- (b) Berechnen Sie die kleinstmögliche Wellenlänge der elektromagnetischen Strahlung, (2 Punkte)
die bei einer Anodenspannung von 70 kV erzeugt wird. (Plancksches Wirkungsquantum $= 6,626 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$, Elementarladung $= 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ As}$, Lichtgeschwindigkeit $= 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$)
- (c) Skizzieren Sie das Bremsstrahlungsspektrum (J_f) in Abhängigkeit der Frequenz (f).
Erklären Sie die Form des Bremsstrahlungsspektrums.
Welche Größenordnungen der Photonenenergie (in eV) werden zur Röntgendiagnostik eingesetzt und warum?

Lösung:

- (a)
- In einer Vakuumröhre treten durch den thermoelektrischen Effekt Elektronen aus einer Kathode aus.
 - Die austretenden Elektronen werden anschließend mit Hochspannung zu einer Anode hin beschleunigt.
 - In dem Anodenmaterial wird die kinetische Energie der Elektronen ganz oder teilweise in elektromagnetische Strahlung umgewandelt.
 - Die schnelle Abbremsung der Elektronen im Feld der Atomkerne des Anodenmaterials führt zur sog. Bremsstrahlung.
 - Stoßen die auftreffenden Elektronen ein gebundenes Elektron aus den inneren Schalen der Atomkerne heraus, so kommt es in der Folge zur sog. charakteristischen Strahlung.
 - Skizze:



- (b) Nach dem Satz der Energieerhaltung lässt sich die größtmögliche Energie bzw. kleinstmögliche Wellenlänge berechnen:

$$E_{\text{photon}} = h \cdot f; E_{\text{kin}} = e \cdot U_a; c = \lambda \cdot f; f = \frac{e \cdot U_a}{h}; \lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_a}$$

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}}{1 \text{ e} \cdot 70 \text{ kV}} = 0,0177 \text{ nm}$$

(c)



- Elektronen werden im Anodenmaterial abgebremst.
- Die Wechselwirkungsprozesse mit den Atomen des Anodenmaterials führen zum Energieverlust der Elektronen. Jeder Energieverlust ist für das auftretende Elektron gleich wahrscheinlich.
- Bei nachfolgenden Wechselwirkungsprozessen gilt das gleiche, aber die Elektronen haben bei jedem neuen Wechselwirkungsprozess im statistischen Mittel eine etwas kleinere Ausgangsenergie.
- Aufsummierung der Spektren $\rightarrow$ Leistungsdichte steigt linear mit fallender Frequenz.

Röntgendiagnostik:

- Für die Röntgendiagnostik werden harte Röntgenstrahlen eingesetzt, d.h. typisch 80 keV bis 120 keV.
- Weiche Röntgenstrahlung bleibt im Körper des Patienten stecken und trägt nicht zum Bild bei.

Frage 2**(5 Punkte)**

- (a) Wie ist der Streustrahlungsanteil in der Bildebene definiert? Benennen Sie die einzelnen Komponenten der Formel. (2 Punkte)
- (b) Welcher physikalische Wechselwirkungsprozess im Körper des Patienten ist primär verantwortlich für die Streustrahlung? (1 Punkt)
- (c) Warum leidet die Bildqualität bei einem hohen Streustrahlungsanteil? Was kann man gegen die Streustrahlung unternehmen? (2 Punkte)

Lösung:

(a) Streustrahlenanteil:

$$P = \frac{J_S}{J_P + J_S}$$

mit:

- J_S : Streuintensität, d.h. die Röntgenleistung in der Detektor-Ebene, die nicht auf geradem Weg von der Quelle zum Detektor gelangt ist.

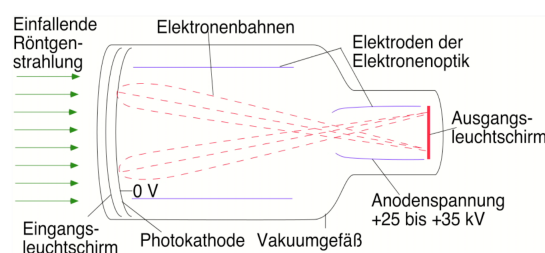
- J_P : Primärintensität, d.h. die Röntgenleistung in der Detektor-Ebene, die auf geradem Weg von der Quelle zum Detektor gelangt ist.
- (b) Der primäre Wechselwirkungsprozess, der zur Streustrahlung führt, ist die Compton-Streuung.
- (c) Der Kontrast nimmt bei einem großen Streustrahlanteil ab. Der Streustrahlanteil lässt sich nicht einfach abziehen; das Signal-Rausch-Verhältnis wird dabei schlechter. Ein Raster verringert den Streustrahlanteil in der Bildebene.

Frage 3**(9 Punkte)**

- (a) Welche entscheidenden Vorteile haben Verstärkerfolien gegenüber einfachen Röntgenfilmen? (3 Punkte)
- (b) Skizzieren Sie einen Röntgenbildverstärker und beschriften Sie die Komponenten. (3 Punkte)
- (c) Was sind die hauptsächlichen Qualitätskriterien von Röntgenbildverstärkern (5 Kriterien)? Wie lässt sich der Konversionsfaktor beschreiben? (3 Punkte)

Lösung:

- (a)
- Der Leuchtstoff kann einen höheren Schwächungskoeffizienten haben als die Foto-Emulsion (hohe Ordnungszahl und größere Dichte).
 - Der Leuchtstoff kann dicker sein als die Foto-Emulsion.
 - Beide vorherigen technischen Aspekte führen zur Erhöhung der Röntgenabsorption und damit zur Verbesserung der Detective Quantum Efficiency (DQE).
 - Der Leuchtstoff kann aus einem Röntgenquant bis zu 40000 Photonen erzeugen → hohe Quantenausbeute
 - Reduzierung der Strahlendosis durch Verstärkerfolien
- (b) Skizze:



- (c)
- hohe räumliche Auflösung (MTF)
 - wenig zusätzliches Rauschen
 - wenig Verzerrungen
 - gleichmäßige Ausleuchtung (geringes Vignetting)
 - hoher Konversionsfaktor

$$\text{Konversionsfaktor} = \frac{\text{Leuchtdichte am Ausgang}}{\text{Dosisleistung am Eingang}}$$

Systemtheorie

Frage 4

(11 Punkte)

- (a) Wie ist die MTF (Modulation Transfer Function) eines abbildenden Systems allgemein definiert? Benennen Sie die darin vorkommenden Größen. (2 Punkte)
- (b) Welche Voraussetzungen muss ein abbildendes System erfüllen, damit die MTF das abbildende System eindeutig charakterisiert? Definieren Sie diese Eigenschaften. (3 Punkte)
- (c) Skizzieren Sie die MTF eines Hochpass- sowie eines Tiefpassfilters (Bitte stellen Sie das Maximum der MTF hell bzw. mit dem Wert 1 sowie das Minimum der MTF dunkel bzw. mit dem Wert 0 dar).
Welchen Einfluss haben die Filter auf das Bild? (3 Punkte)
- (d) Nennen Sie drei Messverfahren, um die MTF eines abbildenden Systems zu bestimmen. Erläutern sie diese Messverfahren kurz. (3 Punkte)

Lösung:

(a)

$$MTF = \frac{|H(u, v)|}{|H(0, 0)|}$$

$H(u, v)$ ist die komplexe Übertragungsfunktion. $H(0, 0)$ der Wert der komplexen Übertragungsfunktion für den Gleichanteil.

(b) Das System muss linear und verschiebungsinvariant sein.

Lineares System:

$$\sum_i (c_i f_i(x, y,)) \rightarrow System \rightarrow \sum_i (c_i g_i(x, y))$$

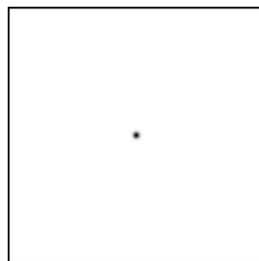
Verschiebungsinvariantes System:

$$f(x - x_0, y - y_0) \rightarrow System \rightarrow g(x - x_0, y - y_0)$$

(c) Ein Tiefpassfilter führt zur Verschmierung des Bildes und ein Hochpassfilter zur Kantenbetonung und zur Unterdrückung der Hintergrundschwankungen.



MTF (u, v)
vom Tiefpass



MTF (u, v)
vom Hochpass

(d) Verfahren zur Messung der MTF

- Messung des Kontrastes im Original und im Bild mit verschiedenen sinusförmigen Rastern (nicht praktikabel).
- Messung des Kontrastes im Original und im Bild mit verschiedenen rechteckförmigen Rastern und Berechnung der MTF(u) mit Umrechnungsformel.
- Messung der Impulsantwort $h(x,y)$, 2D-Fouriertransformation $H(u,v)$ und Absolutbetragsbildung $|H(u,v)|$.
- Messung der Linienbildfunktion (schmaler Schlitz vor dem bildgebenden System), 1D-Fouriertransformation und Absolutbetragsbildung. Drehung des Schlitzes.

Bildverarbeitung

Frage 5

(11 Punkte)

- (a) Ein wichtiger Segmentierungsalgorithmus in der Bildverarbeitung ist das "Region-Growing-Verfahren". Erläutern Sie dieses. (2 Punkte)
- (b) Erklären Sie die Funktion eines Medianfilters mit 49 Elementen. (3 Punkte)
- (c) Welches Filter eignet sich besser zur Unterdrückung von Ausreißern: ein Mittelwert- oder ein Medianfilter? Begründen Sie ihre Antwort. (2 Punkte)
- (d) Wie viele korrespondierende Punktpaare benötigen Sie für die Definition einer i) starren (rigiden), ii) affinen und iii) beliebigen elastischen Transformation? Gehen Sie von $2D \rightarrow 2D$ Transformationen aus und begründen Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Transformationen Translation, Drehung, Skalierung und Scherung.

Lösung:

- (a) Es wird (z.B. per Hand) ein Saatpunkt in einem zu segmentierenden Gebiet bestimmt. Von diesem beginnend werden die Nachbarn des Saatpunktes geprüft und sofern sie ein vorher definiertes Kriterium (z.B. das Überschreiten eines Schwellwertes) erfüllen, zur Region hinzugefügt. Dieses Vorgehen wird mit allen neuen Nachbarn der Region bis zum Rand des Bildes wiederholt.
- (b)
- Objekte werden der Größe nach sortiert
 - Auswahl des Elements an der Stelle 25
 - Eintragen des Grauwertes des 25. Elements anstelle des ursprünglichen Grauwerts im Zentrum des Filterkerns
- (c) Das Medianfilter ist besser geeignet.
Beim Mittelwertfilter werden alle Elemente zur Berechnung des neuen Wertes herangezogen. Ausreißer beeinflussen somit den gefilterten Wert. Beim Medianfilter werden die Ausreißer am Ende bzw. am Anfang der Rangfolge angeführt, somit beeinflussen sie den Filterwert nicht.

(d) **Rigide Transformation:** Translation und Drehung

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

3 Unbekannte (t_x, t_y, α), 2 Gleichungen pro Punktpaar (x und y). Daher werden mindestens 2 Punktpaare benötigt.

Affine Transformation: Translation, Drehung, Skalierung und Scherung

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

6 Unbekannte ($t_x, t_y, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$), 2 Gleichungen pro Punktpaar (x und y). Daher werden mindestens 3 Punktpaare benötigt.

Elastische Transformation: Zusätzlich nichtlineare Verformung, d.h. es werden mehr als 3 Punktpaare benötigt. Es können beliebig viele Punktpaare Beachtung finden.

Computertomographie

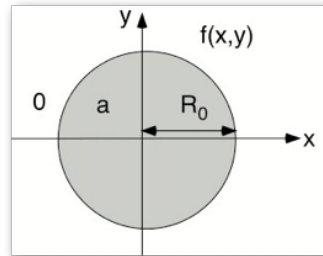
Frage 6

(4 Punkte)

Gegeben sei ein Gebiet:

$$f(x, y) = a \text{ im Gebiet } x^2 + y^2 \leq R_0^2$$

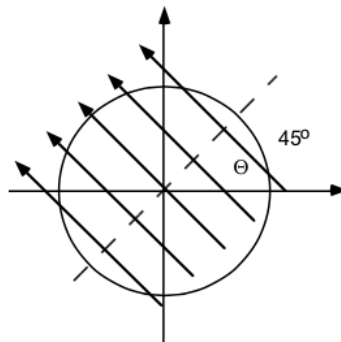
$$f(x, y) = 0 \text{ außerhalb } R_0$$



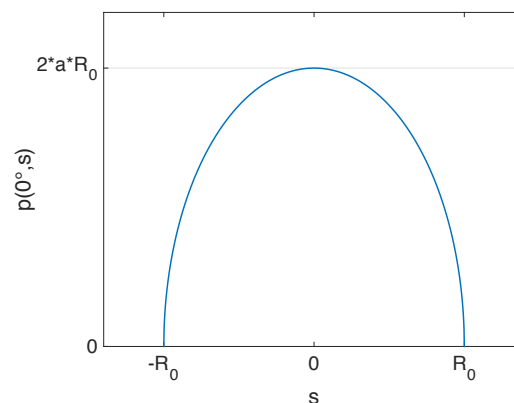
- (a) Skizzieren Sie einige der Linien, über die sie integrieren müssen, um eine Projektion zum Winkel $\Theta = 45^\circ$ im Sinne der Radontransformation zu erhalten. (1 Punkt)
- (b) Skizzieren Sie die Projektionen zu den Winkeln $\Theta = 0^\circ$ und $\Theta = 45^\circ$: $p(0^\circ, s)$, $p(45^\circ, s)$ (3 Punkte)
Bemaßen Sie beide Achsen.

Lösung:

- (a) Die Richtung der Pfeilspitze spielt keine Rolle.



- (b) Die Projektionen zu den Winkeln 0° und 45° sind identisch.

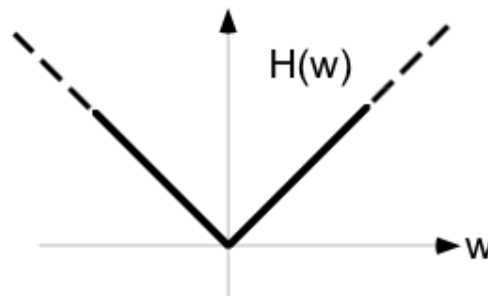
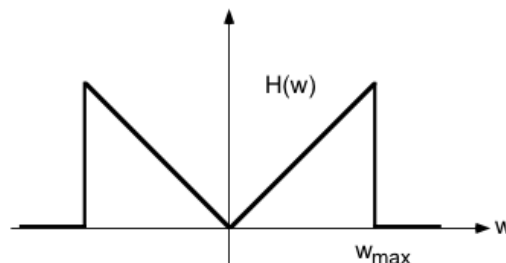
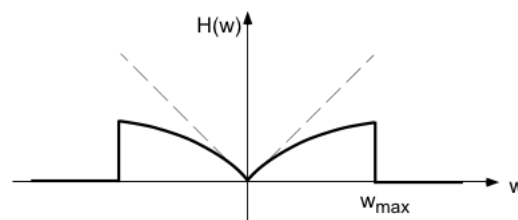


Frage 7**(7 Punkte)**

- (a) Skizzieren Sie im Frequenzbereich 3 Filterfunktionen für die gefilterte Rückprojektion bei der Computertomographie (eine mathematisch korrekte und zwei in der Praxis verwendete). (3 Punkte)
- (b) Warum wählt man in der Praxis an Stelle der mathematisch richtigen eine der beiden anderen Filterfunktionen? (2 Punkte)
- (c) Worin unterscheiden sich die beiden in der Praxis verwendeten Filterfunktionen? (2 Punkte)

Lösung:

- (a) **mathematisch richtig:**

**Ramachandran-Lakshminarayanan (RL):****Shepp-Logan (SL):**

- (b) Wegen der Bandbegrenzung durch das digitale Abtasten sind Signalanteile größer als w_{max} nicht bekannt. Signalanteile oberhalb von w_{max} Frequenzen enthalten daher ausschließlich Rauschen. Da die mathematisch korrekte Filterfunktion hohe Frequenzen zunehmend verstärkt findet sich praktische keine Verwendung.

- (c) Ramachandran-Lakshminarayanan (RL) entspricht der mathematisch korrekten Filterfunktion, die mit einem Rechteckfenster der Breite w_{max} multipliziert wurde. Die Filterfunktion von Shepp-Logan (RL) hingegen bedämpft zusätzlich hohe Frequenzen innerhalb des Fensters. Dadurch wird die räumliche Auflösung schlechter aber das hochfrequente Rauschen wird unterdrückt.

Frage 8**(4 Punkte)**

- (a) Von welchen Größen hängt das Pixelrauschen eines CT-Scanners ab? Geben Sie die Formel für das Pixelrauschen an und benennen Sie die darin vorkommenden Größen. Konstante Vorfaktoren dürfen ignoriert werden. (2 Punkte)
- (b) Um das Pixelrauschen zu verringern kann jede der Einflussgrößen verändert werden. Geben Sie für jede der Größen an zu Lasten welches anderen Kriteriums dies ginge, d.h. welches Qualitätsmaß sich verschlechtern würde. (2 Punkte)

Lösung:

(a)

$$\sigma_{Pixel}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{N} \int_{-w_{max}}^{+w_{max}} |H(w)|^2 dw$$

mit:

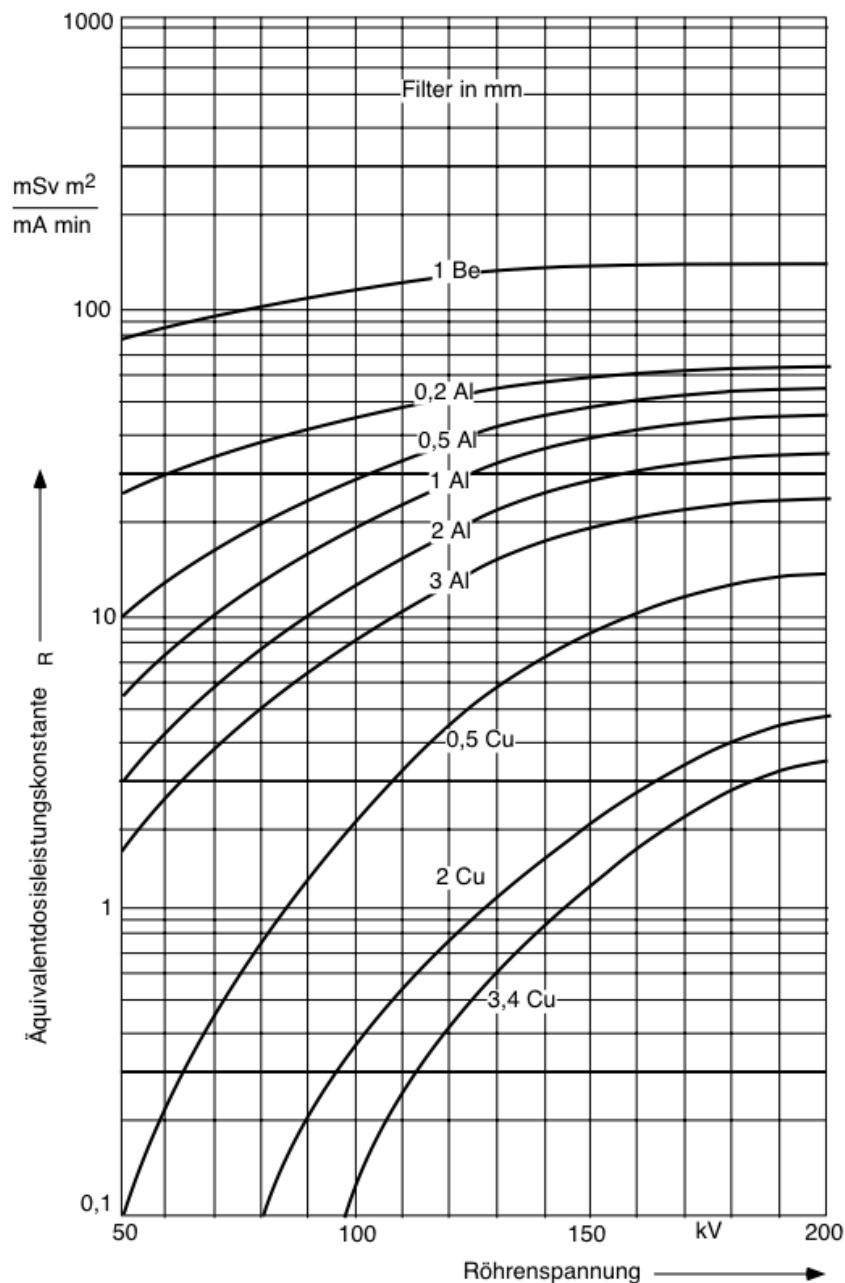
- Δs = Abstand zwischen 2 Detektorelementen
 - M = Zahl der Projektionen
 - N = mittlere Zählrate bei einer Messung
 - $H(w)$ = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion
- (b)
- $\Delta s \downarrow \rightarrow$ Kosten steigen, N sinkt (bei gleichbleibender Aufnahmezeit)
 - $M \uparrow \rightarrow$ Aufnahmedauer steigt
 - $N \uparrow \rightarrow$ Strahlenbelastung steigt
 - $H(w) \downarrow \rightarrow$ Einzelne Frequenzen werden bedämpft

Strahlenwirkung

Frage 9

(8 Punkte)

- (a) Wie sind Ionendosis, Energiedosis und Äquivalentdosis definiert und in welchen Einheiten (SI) werden sie gemessen? (3 Punkte)
- (b) Welche Energiedosis und welche Äquivalentdosis bekommt ein Mensch ab, der sich im Abstand von 0,5 m von einer Röntgenröhre (1 mm Aluminium Filter) befindet, die mit 100 kV und 2 mA betrieben wird? Die integrierte Belichtungszeit beträgt 3 s. (4 Punkte)



- (c) Setzen sie die Äquivalentdosis bei einer Thorax-Röntgenaufnahme in Bezug zur natürlichen Äquivalentdosis in einem Jahr. (1 Punkt)

Lösung:**(a) Ionendosis:**

$$J = \frac{\text{gebildete Ladungsmenge eines Vorzeichens}}{\text{Masse des Gases in der Messkammer}} = \frac{dQ}{dm}$$

Einheit: $\frac{As}{kg}$

Energiedosis:

$$D = \frac{\text{absorbierte Energie}}{\text{Masse}} = \frac{dW}{dm}$$

Einheit: $\frac{J}{kg} = Gy$ (Gray)

Äquivalentdosis:

$$H = q \cdot D$$

mit: q = strahlenabhängiger Bewertungsfaktor

Einheit: $\frac{J}{kg} = Sv$ (Sievert)

(b) Aus dem Diagram abzulesen:

$$\Gamma_R(100\text{ kV}, 1\text{ mmAl}) = 20 \frac{mSv \cdot m^2}{mA \cdot min}$$

Damit ergibt sich die Äquivalentdosis zu:

$$H = 20 \frac{mSv \cdot m^2}{mA \cdot min} \cdot \frac{2\text{ mA} \cdot 3\text{ s}}{(0,5\text{ m})^2 \cdot 60\text{ s}} = 8\text{ mSv}$$

Die Energiedosis ist gleich der Äquivalentdosis, da es sich um γ -Quanten handelt ($q = 1$):

$$D = \frac{H}{q} = 8\text{ mGy}$$

(c) Die typische Dosis bei einer Thoraxaufnahme (0,1 mSv) ist ca. 10x-100x kleiner als die natürliche Strahlenexposition pro Jahr.

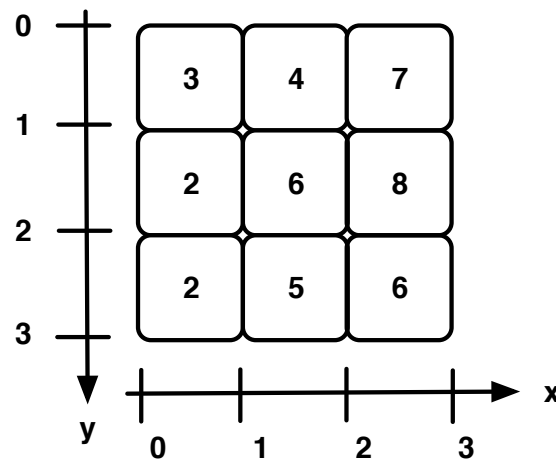
Nuklearmedizin

Frage 10

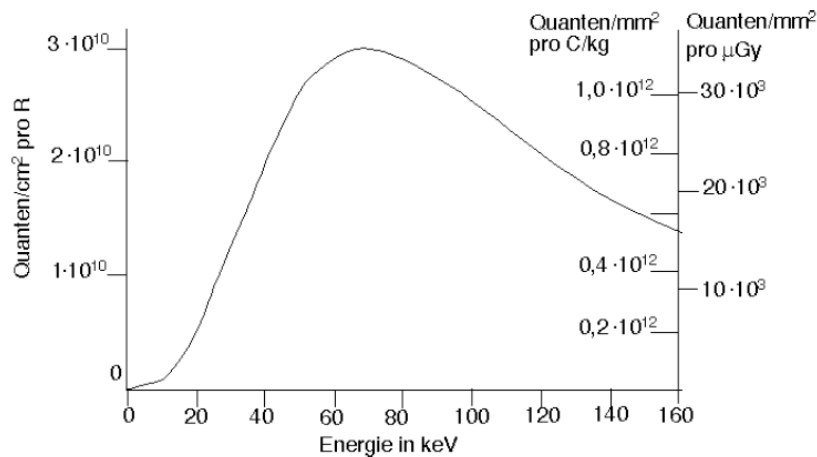
SPECT-Systeme

(8 Punkte)

- (a) Wie wird der Einfallsort des Gammaquants bei einer Anger-Kamera ermittelt? (4 Punkte)
Beschreiben Sie das Verfahren allgemein und bestimmen Sie dann den Einfallsort im Beispiel. Die gegebenen Werte entsprechen den Messwerten der 9 Photomultiplier, die sich an den Koordinaten $(x|y)$ befinden.

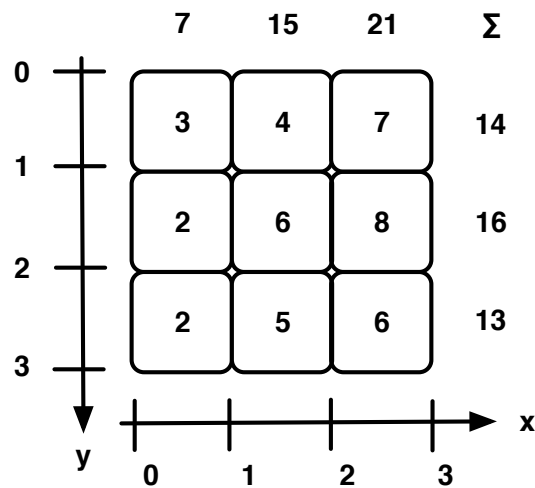


- (b) Bestimmen Sie basierend auf den unten angegebenen Daten das Pixelrauschen (σ in %) (4 Punkte)
in einem Bild mit der Pixelgröße $0,5 \text{ mm} \cdot 0,5 \text{ mm}$ bei einer Dosis von 1 mGy (Energie = 100 keV).



Lösung:

- (a) Der Einfallsort des Gamma-Quants wird als "Schwerpunkt" aus allen Photomultiplier-Signalen ermittelt.
Dazu werden die Spalten und Reihen aufsummiert und mit der Koordinate des Mittelpunkts des Photomultipliers multipliziert. Die gewichtete Summe wird normiert:



$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 0,5 + 15 \cdot 1,5 + 21 \cdot 2,5}{7 + 15 + 21} = \frac{3,5 + 22,5 + 52,5}{43} = \frac{78,5}{43} \approx 1,83$$

$$\bar{y} = \frac{14 \cdot 0,5 + 16 \cdot 1,5 + 13 \cdot 2,5}{14 + 16 + 13} = \frac{7 + 24 + 32,5}{43} = \frac{63,5}{43} \approx 1,48$$

Der ermittelte Einfallsort ist demnach (1,83|1,48).

- (b)
- Die Pixelgröße $0,5 \text{ mm} \cdot 0,5 \text{ mm}$ entspricht $0,25 \text{ mm}^2$.
 - 1 mGy entspricht bei 100 keV : $30 \cdot 10^6 \text{ Quanten/mm}^2$ (aus dem Diagramm).
 - $30 \cdot 10^6 \text{ Quanten/mm}^2 \cdot 0,25 \text{ mm}^2/\text{Pixel} = 7,5 \cdot 10^6 \text{ Quanten pro Pixel}$.
 - Standardabweichung bei Poissonverteilung als Wurzel des Erwartungswerts:
 $\sigma = \sqrt{7,5 \cdot 10^6} \text{ Quanten} \approx 2739 \text{ Quanten}$.
 - Daraus folgt für das relative Pixelrauschen:
 $\frac{2739 \text{ Quanten}}{7,5 \cdot 10^6 \text{ Quanten}} = 3,6 \cdot 10^{-4} = 0,036\%$

Frage 11**(4 Punkte)**

In der Vorlesung wurden die beiden nuklearmedizinischen Bildgebungsverfahren PET und SPECT vorgestellt. Vergleichen Sie die beiden Verfahren im Hinblick auf:

- Sensitivität (d.h. mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Zerfallsereignis detektiert),
- verwendete Tracer und deren Eigenschaften (Halbwertszeit),
- Signal-zu-Rausch-Verhältnis sowie
- räumliche Auflösung.

Lösung:

- **Sensitivität:** Da bei PET keine Kollimatoren benötigt werden liegt die Sensitivität ca. 100-1000x höher als bei SPECT. Dadurch ergibt sich ein günstigeres SNR und die Scanzeit kann verkürzt werden.
- **Tracer:** PET Radionuklide weisen eine kürzere Halbwertszeit auf. Dadurch kann bei gleicher Gesamtdosis eine höhere Anfangsaktivität verabreicht werden. Der langsamere Zerfall der SPECT Radionuklide eignet sich hingegen, um dynamische Prozesse über Stunden oder Tage abzubilden.
- **SNR:** Das SNR ist bei PET in der Regel besser (höhere Sensitivität, größere Aktivität).
- **Räumliche Auflösung:** Ist bei SPECT schlechter als bei PET. Bei SPECT nimmt die Breite der Point Spread Function mit dem Abstand zu.